

다음 제시문을 읽고, 물음에 답하시오.

[제시문 1]

[그림 1]과 같이 원  $O$ 의 중심은 화살표 방향을 따라 직선으로 움직이고, 원  $O$ 가 변에 닿을 때는 방향이 바뀐다. 이 때,  $\angle a = \angle b$  이다.

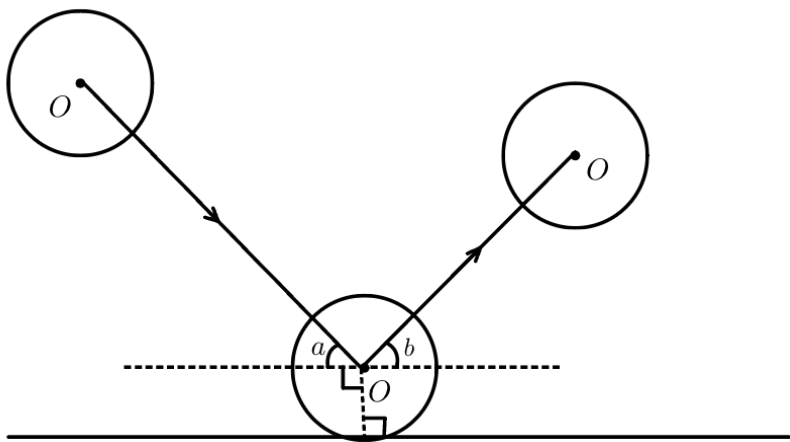
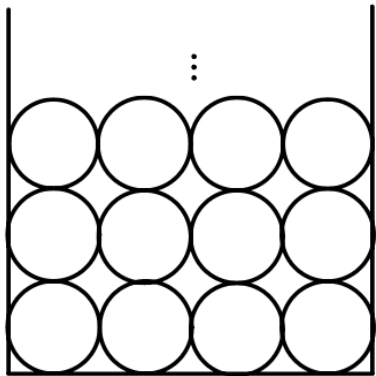


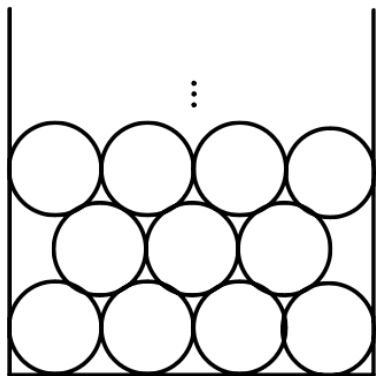
그림 1

[제시문 2]

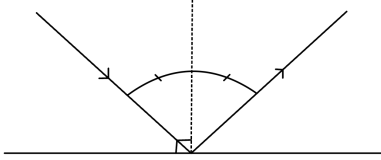
다음은 직사각형 내부에 원을 쌓는 방법을 설명한 것이다. [방법 1], [방법 2]에서 직사각형의 변과 원이 접하고, 서로 이웃하는 원도 접한다.



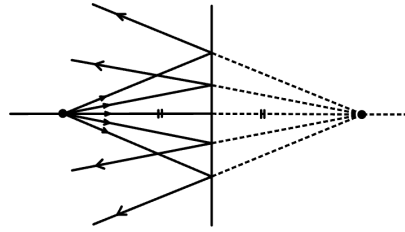
[방법1]



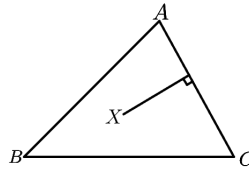
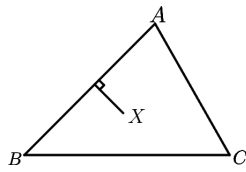
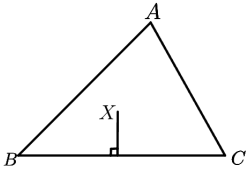
[방법2]



[그림1]



[그림2]



[그림3]

## 문 제

다음을 읽고 물음에 답하십시오.

일상생활에서 빛의 반사를 가장 잘 이용한 것은 거울이다. 직진하는 빛이 평면거울 표면에 닿아 반사되면 진행 방향이 바뀌고, [그림1]과 같이 입사각과 반사각의 크기는 항상 같다. 이를 빛의 반사 법칙이라고 한다. [그림2]는 평면거울에서 상이 생기는 원리를 나타낸 것이다. 이때 물체의 상은 반사광선의 연장선들이 만난 점에 생기고 거울에서 물체까지의 거리와 거울에서 상까지의 거리는 서로 같다.

세 변이 평면거울로 구성된 삼각형  $ABC$ 에 대하여, 내부의 한점에서 출발한 빛이 변에 반사되어 다시 처음 위치로 되돌아 오는 빛의 경로를 확인하려고 한다. 예를들어 삼각형  $ABC$  내부의 한 점  $X$ 에서 출발한 빛이 한 번만 반사되어 다시 점  $X$ 로 되돌아오는 경로는 [그림3]과 같다. (단, 내부는 변을 포함하지 않고, 꼭짓점으로 향하는 빛은 고려하지 않는다)

## 문 제 해 결 과 정

- (1) 세 변이 평면거울로 구성된 삼각형  $ABC$ 에 대하여  $\angle B = 45^\circ$ ,  $\angle C = 60^\circ$  이다. 그림과 같이 삼각형  $ABC$  내부에 주어진 점  $Y$ 에서 변  $BC$ 에 평행하게 출발한 빛이 9번 반사되어 다시 점  $Y$ 로 되돌아왔다. 빛이 이동한 경로를 찾아 그리시오.
- (2) 세 변이 평면거울로 구성된 예각삼각형  $ABC$ 의 외심을  $P$ 라 하자. 점  $P$ 에서 출발한 빛이 두 번에 한 번씩만 반사되어 다시 점  $P$ 로 되돌아오는 모든 경로를 그림으로 나타내고, 각 경로에 대하여 점  $P$ 에서 출발한 빛이 반사되는 위치를 찾는 과정을 서술하십시오.
- (3) (2)에서 구한 모든 경로 중 길이가 가장 긴 경로를 찾고, 그렇게 판단한 근거를 서술하십시오.
- (4) 세 변이 평면거울로 구성된 예각삼각형  $ABC$ 에 대하여 내부의 한 점에서 출발한 빛이 각 변  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$  위의 점  $D$ ,  $E$ ,  $F$ 에서만 반사되며 계속 같은 경로를 따라 이동하였다. 이 세 점  $D$ ,  $E$ ,  $F$ 의 위치를 찾고, 그 위치가 하나뿐인 이유를 서술하십시오.

다음 제시문을 읽고, 물음에 답하시오.

[제시문]

[그림 1]은 반지름의 길이가 같고 서로 접해있는 6개의 원  $O_1, O_2, O_3, O_4, O_5, O_6$  의 둘레를 걷는 산책로를 나타낸 것이다. 이 산책로의 특징은 다음과 같다.

- (가) 원  $O_1, O_2, O_3, O_4, O_5, O_6$  은 반지름의 길이가 3인 원  $O$ 안에 꼭 맞게 들어가 있다.  
(단, 원  $O$ 의 둘레는 산책로가 아니다.)  
(나) 지점  $A$ 는 원  $O_1$ 과 원  $O$ 가 만나는 점이다.  
(다) 지점  $B$ 는 원  $O_3$ 과 원  $O$ 가 만나는 점이다.  
(라) 지점  $C$ 는 원  $O_6$ 과 원  $O$ 가 만나는 점이다.

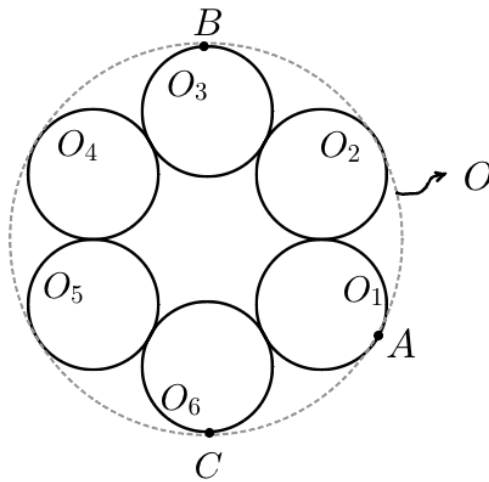
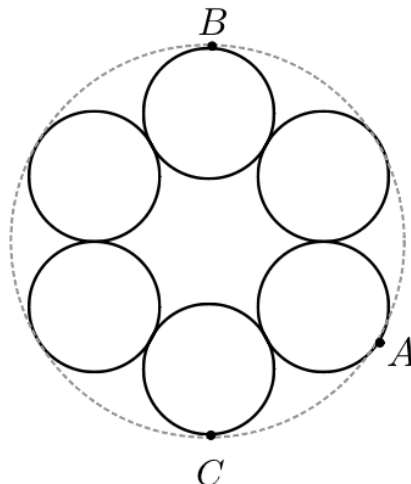


그림 1

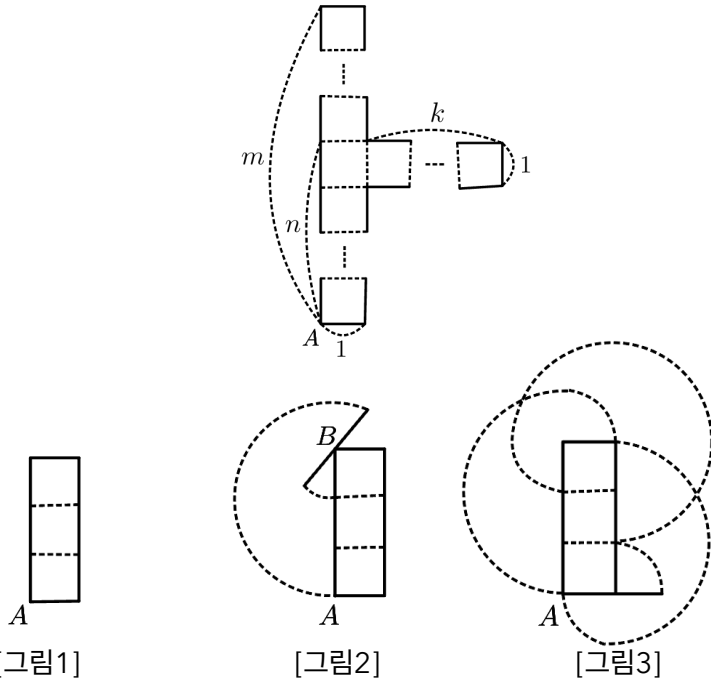
3-가. [그림 1]에서  $A$ 지점을 출발하여 차례로  $B$ 지점,  $C$ 지점을 거쳐 다시  $A$  지점으로 돌아오는 모든 경로 중 길이가 가장 짧은 경로를 그리시오. (단, 지나온 길은 다시 지나지 않는다.)





## 2025 인천영재

교육부 산하 영재고 공통 기출 문항



### 문 제

한 변의 길이가 1인 정사각형을 '단위정사각형'이라 하자.  
그림과 같이 단위정사각형  $m$ 개를 서로 겹치지 않고 위로 나란히 이어붙이고, 밑에서부터  $n$ 번째 단위정사각형의 오른쪽 변에서부터  $k$ 개의 단위정사각형을 서로 겹치지 않고 오른쪽으로 나란히 이어붙여 만든 도형의 둘레로 이루어진 새로운 도형을  $S(m, n, k)$ 라 하자. 또한 도형  $S(m, n, k)$ 의 왼쪽 맨 아래 꼭짓점을  $A$ 라 하자.

(단,  $k = 0$ 일 때는  $S(m, 0, 0)$ 으로 나타내고  $k \geq 1$ 일 때는  $1 \leq n \leq m$ 이다.) 도형  $S(m, n, k)$ 에 대하여 길이가  $m$ 보다 작거나 같은 막대를 다음 [규칙]에 따라 회전시킨다.

#### [규칙]

(규칙1) 막대를 도형  $S(m, n, k)$ 의 둘레 및 외부에서 시계방향으로 회전시킨다.

(규칙2) 막대의 한 끝이 도형  $S(m, n, k)$ 에 닿을 때는 막대의 한 끝이 도형  $S(m, n, k)$ 에 닿은 점을 중심으로 막대를 회전시키고, 막대의 양 끝이 아닌 부분이 도형  $S(m, n, k)$ 의 한 꼭짓점에 닿을 때는 그 꼭짓점을 중심으로 회전시킨다.

또한 다음 [방법]에 따라 막대의 양 끝으로 곡선을 그려나가는 것을 '회전그리기'라 하자.

#### [방법]

(방법1) 처음에 막대의 한 끝을 꼭짓점  $A$ 에 놓고, 막대 전체가 도형  $S(m, n, k)$ 의 왼쪽 변과 맞닿도록 둔다.

(방법2) 위 [규칙]에 따라 막대를 회전시킨다.

(방법3) 막대를 계속 회전시키며 막대의 한 끝이 꼭짓점  $A$ 에 도착하는 순간 회전을 종료한다.

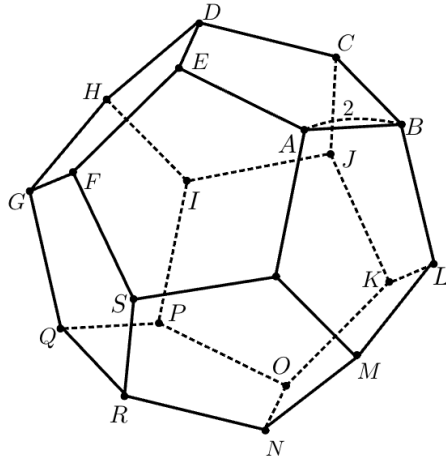
(단, 막대는 구부릴 수 없으며 막대의 두께는 고려하지 않는다.)

예를 들어, 도형  $S(3, 0, 0)$ 에 대하여 길이가 2인 막대로 회전 그리기를 할 때 [그림1]은 막대가 처음 놓여 있는 그림이고, [그림2]는 막대를 점  $B$ 를 중심으로 시계방향으로 회전시키는 것을 나타낸 그림이다. 또한 [그림3]은 막대의 한 끝이 꼭짓점  $A$ 에 도착하여 회전그리기를 종료한 그림이다.

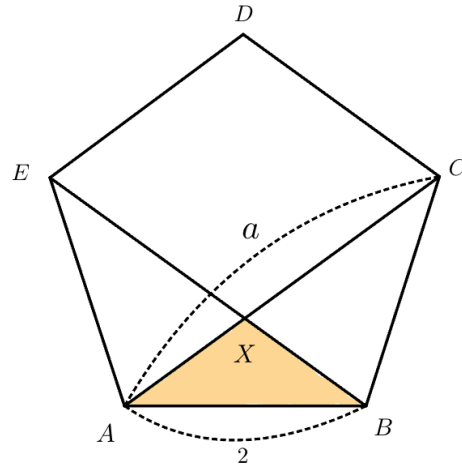
다음 물음에 답하시오.

(1) 도형  $S(1, 1, 2)$ 에 대하여 길이가 1인 막대로 회전그리기를 할 때, 막대의 양 끝이 그리는 모든 곡선의 길이의 합을 구하고 그 과정을 설명하시오.

[그림 1]은 모서리의 길이가 2인 정십이면체이고, [그림 2]는 정십이면체의 한 면인 정오각형이다.



[그림 1] 정십이면체

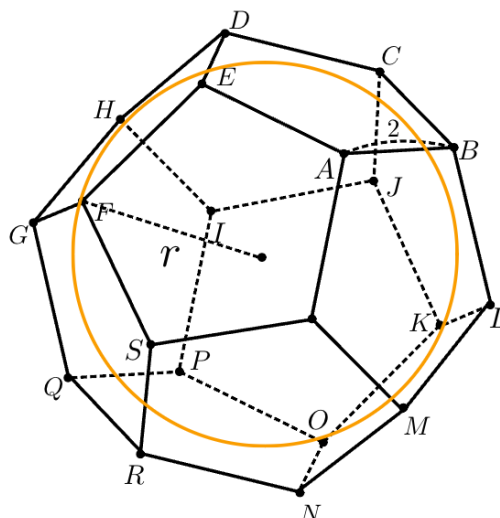


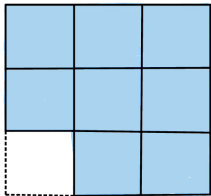
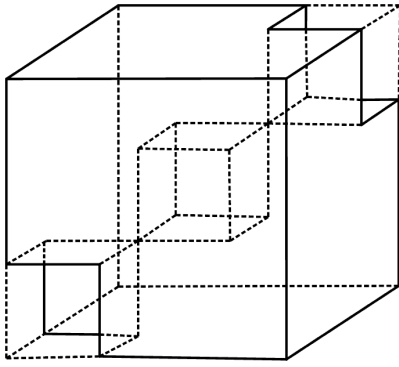
[그림 2] 정오각형

2-1 [그림 2]의 정오각형  $ABCDE$ 에서 두 대각선  $AC$ 와  $BE$ 의 교점을  $X$ 라 하면, 삼각형  $ABC$ 와 삼각형  $AXB$ 는 닮음이다. 두 삼각형이 닮은 이유를 설명하고, 이를 이용하여 정오각형의 대각선  $AC$ 의 길이  $a$ 를 구하시오.

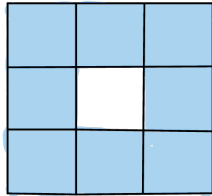
2-2 [그림 1]과 같은 정십이면체의 꼭짓점들 중에서 8개의 점을 선택하여 정육면체를 만들려고 한다. 이와 같은 정육면체를 1가지 제시하고 (8개의 꼭짓점을 이야기하고), 이렇게 만들 수 있는 서로 다른 정육면체의 개수를 구하시오.

2-3 [그림 1]의 정십이면체에 외접하는 구 (정십이면체의 모든 꼭짓점을 지나는 구)의 반지름의 길이  $r$ 를 구하시오.

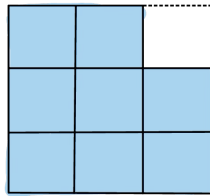




[앞 (1층)]



[앞 (2층)]



[앞 (3층)]

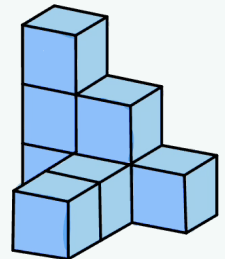
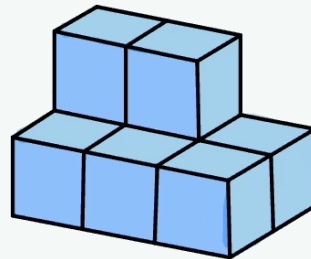
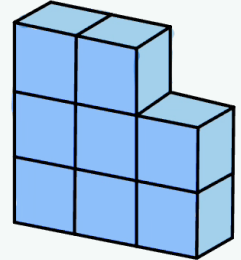
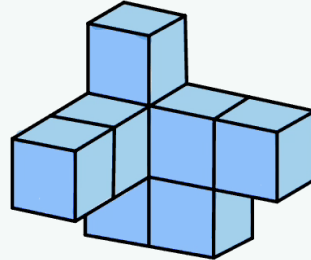
## 문 제

한 모서리의 길이가 1인 정육면체 모양의 쌓기나무 24개를  
면과 면이 완전히 포개어지도록 풀로 이어 붙여 다음과 같  
은 입체도형을 만들었다.

이 도형의 1층, 2층, 3층에 쌓기나무가 있는 부분에 빗금을  
쳐서 위에서 본 모습을 나타내면 다음과 같다.

위 입체도형에서 쌓기나무 사이에 풀칠한 부분을 적당히 나  
누면 합동인 입체도형 세 개로 나눌 수 있다. 그 중 하나는 A  
라 할 때 <보기>에서 A가 될 수 있는 것만을 있는 대로 고  
르시오.

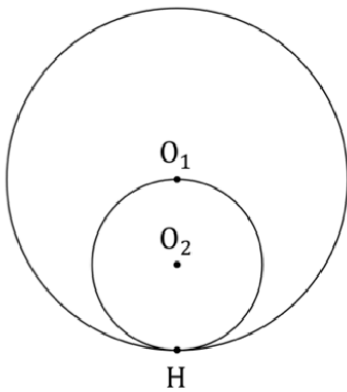
## 문 제 해 결 과 정



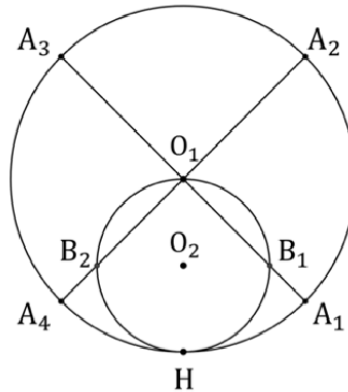
<제시문>

[그림 14]과 같이 중심이  $O_1$  이고 반지름의 길이가 4인 원, 중심이  $O_2$  이고 반지름의 길이가 2인 원이 한 점  $H$  에서 만난다.

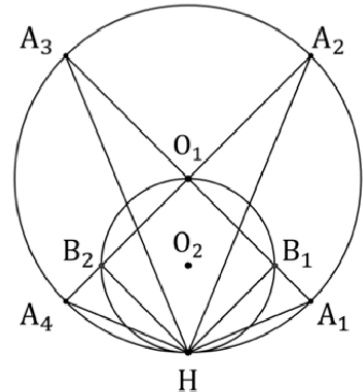
[그림 15] 와 같이 중심이  $O_1$ 인 원의 둘레를 4등분한 점이 호 $HA_1 = \text{호}HA_4$  를 만족하도록 점  $H$  부터 반시계 방향으로 점  $A_1, A_2, A_3, A_4$  라 하자. 또한  $\overline{A_1A_3}, \overline{A_2A_4}$  가 중심이  $O_2$  인 원과 만나는 점 중  $O_1$ 이 아닌 점을 차례로  $B_1, B_2$ 라 하자.



[그림 14]



[그림 15]



[그림 16]

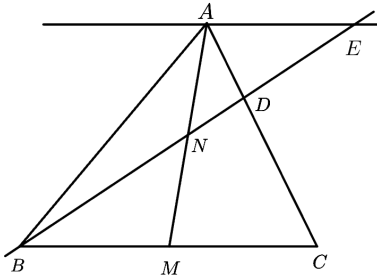
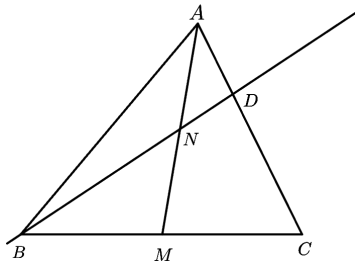
[그림 16]과 같이 점  $H$ 와 점  $A_1, A_2, A_3, A_4, B_1, B_2$  를 각각 잇는 선분을 그린다.

<질문>

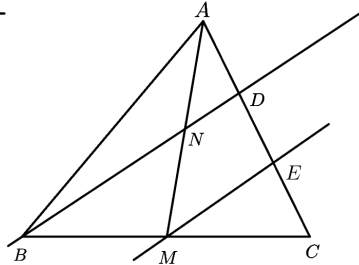
1.  $\frac{1}{HA_1^2} + \frac{1}{HA_2^2} = \frac{1}{HB_1^2}$  이 성립함을 증명하시오.

2. 점  $H$ 에 있는 관찰자가 점  $A_2, A_4$  에 설치된 전구에서 나오는 빛의 밝기를 측정하고 있다. 점  $H$ 에서 측정된 빛의 밝기의 합이 같도록 중심이  $O_2$ 인 원 위에 전구를 1개 더 설치하려고 할 때, 어느 지점에 설치해야 하는지 이유와 함께 설명하시오. (단, 전구는 모두 같은 밝기를 가지며, 측정한 빛의 밝기는 거리의 제곱에 반비례한다.)

3.  $\frac{1}{HA_1^2} + \frac{1}{HA_2^2} + \frac{1}{HA_3^2} + \frac{1}{HA_4^2}$  를 구하는 과정과 답을 말하시오.



[방법1]



[방법2]

## 문 제

영재는 다음 [문제]를 여러 가지 방법으로 풀기 위해 새로운 직선을 긋고 이를 보조선이라 하였다. <방법1>과 <방법2>는 서로 다른 보조선을 이용한 풀이의 일부이다.

### [문제]

삼각형  $ABC$ 에서 선분  $BC$ 의 중점을  $M$ , 선분  $AM$ 의 중점을  $N$ 이라 하자. 직선  $BN$ 과 선분  $AC$ 의 교점을  $D$ 라 할 때,  $\overline{AD} : \overline{CD}$ 를 구하시오.

### <방법1>

점  $A$ 를 지나고 선분  $BC$ 와 평행한 보조선을 긋자. 이 보조선과 직선  $BD$ 의 교점을  $E$ 라 하자. (이하 생략)

### <방법2>

점  $M$ 을 지나고 직선  $BD$ 와 평행한 보조선을 긋자. 이 보조선과 선분  $AC$ 의 교점을  $E$ 라 하자. (이하 생략)

다음 ㉠, ㉡을 <답안란>에 쓰시오.

㉠  $\overline{AD} : \overline{CD}$

㉡ <방법1>, <방법2>와 다른 보조선을 그어  $\overline{AD} : \overline{CD}$ 를 구하는 과정을 <방법3>과 <방법4>를 서술하시오.

(단, <방법3>과 <방법4>의 보조선은 서로 달라야 한다.)

## 문 제 해 결 과 정

